Polynômes - Second degré

Exercice 1 Le plan est muni du repère orthonormal $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.

1. Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^2 + 2x - 2$$
$$g(x) = 2x^2 - 2x + 1$$

   Tracer sur un même graphique les représentations graphiques de f et g.
2. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$
3. Retrouver les résultats précédents par le calcul.

Exercice 2 Le plan est muni du repère orthonormal $\left(O; \vec{i}, \vec{j}\right)$.
Soient f et g les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = x^2 + 2x$$
$$g(x) = -2x^2 - 3x + 2$$

Soient $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ les représentations graphiques de f et g respectivement.

1. Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$. On désignera par A le point commun dont l'abscisse est négative.
2. Soit Δ la droite passant par A et de coefficient directeur m.
   Déterminer les coordonnées des points M et N où Δ recoupe $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.
3. Déterminer m pour que A soit milieu de $[MN]$.
4. Exprimer en fonction de m les coordonnées du milieu I de $[MN]$.
   Quel est l'ensemble des points I lorsque m varie.

Exercice 3 On donne les polynômes $P(x) = x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 4x + 5$ et $Q(x) = x^4 - 4x^2 - x + 2$.

1. Factoriser $P(x)$ et $Q(x)$ après avoir trouvé une racine évidente de chacun de ces polynômes.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$:
   (a) $P(x) = 0$
   (b) $Q(x) < 0$

Exercice 4 Soit $P(x) = 2x^3 + 12x^2 + ax - 84$.

1. Déterminer a pour que $P(x)$ soit factorisable par $(x + 2)$.
2. Factoriser alors $P(x)$.
3. Résoudre dans ce cas l'inéquation $P(x) \geq 0$.