Barycentre

Exercice 1 Soit ABC un triangle. Construire **de façon précise** le barycentre de $(A,\alpha),(B,\beta)$ et (C,γ) dans chacun des cas suivants :

1. $\alpha = 2, \beta = \gamma = 1$
2. $\alpha = 1, \beta = -1, \gamma = -2$
3. $\alpha = 2, \beta = 3, \gamma = 1$

Exercice 2 Soit $ABCD$ un quadrilatère et I, J, K, L, M les points, supposés distincts deux à deux, définis par :

- $\overrightarrow{AI} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{DJ} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{DC}$
- K milieu de $[IJ]$
- L milieu de $[AD]$
- M milieu de $[BC]$

1. Montrer que :
   (a) I est barycentre de $\{(A,3),(B,1)\}$.
   (b) K est barycentre de $\{(A,3),(B,1),(C,1),(D,3)\}$
2. Montrer que K, L et M sont alignés et déterminer le réel λ tel que $\overrightarrow{KL} = \lambda\overrightarrow{LM}$.

Exercice 3 Soit ABC un triangle. Soit A' le milieu de $[BC]$, B' tel que $\overrightarrow{AB'} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{AC}$, C' tel que $\overrightarrow{BC'} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{BA}$. soit K le barycentre de $\{(A,1),(B,3),(C,3)\}$.
Montrer que les droites $(AA'),(BB')$ et (CC') sont concourantes en K.

Exercice 4 A, B et C étant trois points distincts du plan, on pose

$$\begin{aligned} f(M) &= 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC} \\ g(M) &= 2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC} \end{aligned}$$

1. Simplifier $f(M)$
2. Que dire de $g(M)$?
3. Montrer que $f(C) = g(C)$.
4. Déterminer l'ensemble des points M du plan qui vérifient $\|f(M)\| = \|g(M)\|$.