Suites - Fonctions - Produit scalaire

Exercice 1 Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{-1}{2+u_n}$
On admet que pour tout entier n : $u_n \neq -2$ et $u_n \neq -1$

1. Calculer $u_1,\ u_2,\ u_3.$
   (u_n) est-elle une suite arithmétique ?

2. On pose $v_n = \dfrac{1}{1+u_n}$
   Calculer $v_0,\ v_1,\ v_2$.
   Exprimer v_{n+1} en fonction de u_{n+1} puis en fonction de u_n.

3. Montrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique dont on précisera la raison.
   En déduire l'expression de u_n en fonction de n.

Exercice 2 Soit f la fonction définie sur $\left[-\dfrac{3}{2}; \dfrac{3}{2}\right]$ par

$$f(x) = 3x^5 - 5x^3 + 1$$

1. Etudier les variations de f

2. Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthogonal $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ avec pour unités : 2 cm sur l'axe des abscisses et 1 cm sur l'axe des ordonnées.

3. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $\left[1; \dfrac{3}{2}\right]$
   Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

4. Déduire des résultats précédents le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ dans l'intervalle $\left[-\dfrac{3}{2}; \dfrac{3}{2}\right]$

Exercice 3 On se place dans le plan muni du repère orthonormal $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation $2x - 3y - 5 = 0$

1. Déterminer un vecteur directeur de $\mathcal{D}$

2. Déterminer un vecteur normal à $\mathcal{D}$

3. Déterminer une équation de la droite Δ passant par $A(1; 2)$ et parallèle à $\mathcal{D}$

4. Déterminer une équation de la droite Δ' passant par $A(1; 2)$ et perpendiculaire à $\mathcal{D}$