

Géométrie et produit scalaire

Exercice 1 Dans le plan muni du repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ on donne $A(-1; 2)$; $B(4; 7)$ et $C(5; 0)$

1. Déterminer une équation de la hauteur du triangle ABC issue de B .
2. Déterminer une équation de la droite (AC) .
3. Déterminer les coordonnées du point H , projection orthogonale de B sur la droite (AC) .
4. Déterminer les coordonnées du point D , symétrique de B par rapport à la droite (AC) .
5. Calculer les distances AH et CH .
Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$.

Exercice 2 On donne un triangle ABC .

1. Montrer que pour tout point M du plan

$$\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$$

on pourra transformer \overrightarrow{BC} , \overrightarrow{MB} et \overrightarrow{MC} à l'aide de la relation de Chasles en faisant intervenir le point A .

2. Soit H le point d'intersection de la hauteur h_A du triangle ABC issue de A et de la hauteur h_B du triangle ABC issue de B .
 - (a) Calculer $\overrightarrow{HA} \cdot \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{HB} \cdot \overrightarrow{CA}$.
 - (b) En déduire $\overrightarrow{HC} \cdot \overrightarrow{AB}$
 - (c) Que peut-on en conclure ?
3. On suppose que dans le plan muni du repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$ $A(12; 0)$; $B(0; 6)$ et $C(-2; 0)$.
 - (a) Déterminer une équation de la hauteur h_A .
 - (b) Déterminer une équation de la hauteur h_B .
 - (c) Déterminer les coordonnées de l'orthocentre du triangle ABC .

Exercice 3 Le plan est muni du repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. (a) Déterminer les réels a , b et R ($R > 0$) tels que

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = (x - a)^2 + (y - b)^2 - R^2$$

- (b) Déterminer le centre et le rayon du cercle d'équation

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 9 = 0$$

2. On donne $A(4; 1)$ et $B(-2; 3)$.

Déterminer une équation du cercle de diamètre $[AB]$.

Exercice 4

1. Calculer en fonction de $\cos x$

- (a) $\sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right) - \cos\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$

- (b) $\sin x \sin 2x + \cos 2x$

2. Résoudre sur \mathbb{R} puis sur $[0; \pi]$: $2 \sin x \cos x = 1$