Nombres complexes

Exercice 1 Ecrire sous forme algébrique les nombres complexes suivants :

1. $(2-7i)^2$
2. $\dfrac{1-i}{2+3i}$
3. $\dfrac{1}{i}+\dfrac{i}{1-i}$
4. $\dfrac{1+i\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i}$

Exercice 2 Déterminer le module et un argument de z pour les nombres complexes suivants :

1. $z=-1+i$
2. $z=-1-i\sqrt{3}$
3. $z=-4i$
4. $z=-9$

Exercice 3 Dans le plan muni du repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ unité graphique : 1cm, on note A ; B ; C les points d'affixes respectives $z_A=1+i$; $z_B=3-i$ et $z_C=4+2i$
Déterminer la nature du triangle ABC (isocèle, équilatéral, rectangle, quelconque).

Exercice 4 A tout nombre complexe $z=x+iy$ différent de -3 on associe $Z=\dfrac{z-2i}{z+3}$

1. Si $z=2-3i$, déterminer Z.
2. Résoudre l'équation d'inconnue z : $\dfrac{z-2i}{z+3}=2-i$
3. Calculer la partie réelle X et la partie imaginaire Y de Z en fonction de x et y.
4. Soit M l'image de z dans le plan complexe.
   Déterminer puis construire l'ensemble des points M tels que
   (a) $Z\in\mathbb{R}$ (Z est un nombre réel)
   (b) $Z\in i\mathbb{R}$ (Z est imaginaire pur)

Indications : $x^2+y^2+3x-2y=\left(x+\dfrac{3}{2}\right)^2+(y-1)^2-\dfrac{13}{4}$ *et l'équation* $(x-a)^2+(y-b)^2=R^2$ *est l'équation du cercle de centre* $\Omega\,(a;b)$ *et de rayon* R