Etude de fonctions

Exercice 1 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$
Soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthogonal $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.
On prendra comme unité 2 cm sur l'axe des abscisses et 5 mm sur l'axe des ordonnées.

1. Etudier les variations de f
2. Déterminer les coordonnées des points où $\mathcal{C}$ coupe les axes de coordonnées.
3. Déterminer une équation de la tangente $\mathcal{T}_A$ à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse 2.
4. Déterminer une équation de la tangente $\mathcal{T}_B$ à $\mathcal{C}$ au point B d'abscisse 4.
5. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}$ au point O.
6. Déterminer les points de $\mathcal{C}$ ayant une tangente parallèle à $\mathcal{T}_B$.
7. Montrer que le point A est centre de symétrie de $\mathcal{C}$.
8. Montrer que l'équation $f(x) = 1$ possède une solution unique dans l'intervalle $[1; 3]$.
9. Tracer $\mathcal{C}$.

Exercice 2 Soit f la fonction définie par $f(x) = \left(x^2 + 12\right)\sqrt{x+4}$

1. Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de f.
2. Déterminer l'ensemble de dérivation $\mathcal{E}$ de f.
3. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $\mathcal{E}$.
4. Etudier les variations de f.
5. Tracer la courbe $\mathcal{C}$ représentative de f dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.