Etude de fonctions

Exercice 1 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{2x^2 - x - 1}{x^2 + x + 1}$

Soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans le plan muni du repère orthonormal $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ d'unité 2 cm.

1. Etudier les variations de f
2. Déterminer les coordonnées des points où $\mathcal{C}$ coupe l'axe des abscisses.
3. Déterminer les coordonnées du point où $\mathcal{C}$ coupe l'axe des ordonnées.
4. Déterminer une équation de la tangente $\mathcal{T}_A$ à $\mathcal{C}$ au point A d'abscisse -1.
5. Déterminer une équation de la tangente $\mathcal{T}_B$ à $\mathcal{C}$ au point B d'abscisse 1.
6. Déterminer le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}$ au point O.
7. Le point A est-il centre de symétrie de $\mathcal{C}$?
8. Montrer que pour tout réel $\lambda \in [-1; 3]$ l'équation $f(x) = \lambda$ possède une solution unique dans l'intervalle $[-2; 0]$.
9. Tracer $\mathcal{C}$.

Exercice 2 Soit f la fonction définie par $f(x) = (x+1)^2 \sqrt{2x+4}$

1. Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de f.
2. Déterminer l'ensemble de dérivation $\mathcal{E}$ de f.
3. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $\mathcal{E}$.
4. Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}$ au point d'intersection avec l'axe des ordonnées.
5. Etudier les variations de f.
6. Tracer la courbe $\mathcal{C}$ représentative de f dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.