Barycentre - Fonction - Suite

Exercice 1 Soit f la fonction définie sur $[-3;1]$ par $f(x) = 4x^3 + x^2 + 1$ et soit C sa courbe représentative dans le plan muni du repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

1. Etudier les variations de f
2. En déduire que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in \left[-3;-\frac{1}{2}\right]$
3. Déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-2} de α.
4. Déterminer le coefficient directeur de la tangente T_A à la courbe C au point A d'abscisse -3
5. Déterminer une équation de la tangente T_B à la courbe C au point B d'abscisse 1
6. Tracer T_A, T_B et C.

Exercice 2 Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q > 0$ telle que

$$u_0 = 4 \text{ et } u_0 + u_1 + u_2 = 19$$

1. Calculer la raison q de cette suite géométrique.
2. Calculer u_7
3. Calculer $S_6 = u_0 + u_1 + \cdots + u_6$
   On donnera le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

Exercice 3 On donne quatre points du plan A, B, C, G tels que

$$\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$$

Déterminer les réels b et c pour que G soit barycentre de $A(1)$; $B(b)$ et $C(c)$.

Exercice 4 Déterminer le centre d'inertie de la surface homogène hachurée sur la figure suivante :