

3 Exercices

Exercice 1 Vérifier que le nombre a est solution des équations suivantes :

1. $2x^2 + 3x - 5 = 0$; $a = 1$
2. $7x^2 - 4x - 11 = 0$; $a = -1$
3. $x^2 - \frac{7}{6}x + \frac{1}{3} = 0$; $a = \frac{2}{3}$
4. $-x^2 + x + 2 = 0$; $a = 1 - \sqrt{2}$

Exercice 2 Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

1. $2x^2 - 7x + 3 = 0$
2. $13x^2 - 3x + 7 = 0$
3. $49x^2 - 28x + 4 = 0$
4. $8x^2 + 3x - 20 = 0$
5. $-x^2 + 36x - 323 = 0$
6. $-2x^2 + x - 4 = 0$
7. $5x^2 - 7x - 6 = 0$
8. $x^2 + 13x - 4 = 0$
9. $7x^2 + 8x = 0$
10. $x^2 = 5$
11. $-25x^2 + 30x - 9 = 0$
12. $-25x^2 - 49 = 0$

Exercice 3 Factoriser les trinômes suivants :

1. $3x^2 + 8x - 11$
2. $x^2 - 3x - 10$
3. $x^2 + x + 1$
4. $20x^2 + x - 12$
5. $x^2 + 4x - 21$
6. $2x^2 + 9x - 5$
7. $-9x^2 + 6x - 1$
8. $6x^2 - x - 2$
9. $30x^2 - 5x - 10$

Exercice 4 Déterminer l'ensemble de définition puis simplifier les fractions suivantes :

1. $\frac{x^2+3x-10}{x^2+x-6}$
2. $\frac{21x^2+2x-3}{-3x^2+13x-4}$
3. $\frac{16x^2+6x-1}{2x^2-3x-2}$
4. $\frac{98x^2-28x+2}{-7x^2+22x-3}$

Exercice 5 Déterminer une racine évidente puis l'autre racine des équations suivantes :

1. $x^2 + x - 2 = 0$
2. $x^2 + x - 6 = 0$
3. $2x^2 + 3x - 5 = 0$
4. $2x^2 - 3x - 2 = 0$
5. $-5x^2 - 2x + 3 = 0$
6. $3x^2 + 7x + 4 = 0$

Exercice 6 Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

1. $4x^2 - 15x + 16 < 0$
2. $3x^2 + 5x - 2 \geq 0$
3. $x^2 - 6x + 9 > 0$
4. $x^2 - 6x + 9 \geq 0$
5. $x^2 - 6x + 9 < 0$
6. $x^2 - 6x + 9 \leq 0$
7. $x^2 - \frac{6}{5}x - \frac{8}{5} < 0$
8. $-3x^2 + 2x - 5 < 0$
9. $-2x^2 - x + 6 \geq 0$
10. $-5x^2 + x + 3 < 0$
11. $(4x - 3)^2 \leq (5x - 2)^2$
12. $(3x - 1)^2 > 16(x + 5)^2$
13. $\frac{-x+2}{x-5} \geq 0$
14. $\frac{4x+1}{x-3} < 5$
15. $\frac{-x^2+x-5}{2x^2-5x+3} \leq 0$
16. $\frac{7x^2-16x+25}{3x^2+4x} \leq 1$

Même question avec :

1. $(-x + 3)(x + 5)(2x - 9) \leq 0$
2. $(x^2 - 16)(-x^2 + x - 1) > 0$

Même question avec : $(5x - x^2)(-x^2 + 6x - 9)(-8x^2 + x - 1) \leq 0$

Exercice 7 Déterminer, s'ils existent, les nombres a et b dont la somme vaut S et le produit P dans chacun des cas suivants :

1. $S = 10$; $P = 21$
2. $S = -\frac{15}{2}$; $P = -4$
3. $S = \frac{13}{5}$; $P = 16$
4. $S = 3$; $P = \frac{9}{4}$

Exercice 8 Résoudre dans \mathbb{R} les systèmes suivants :

1.
$$\begin{cases} x^2 - 5x + 6 > 0 \\ x^2 - 6x + 5 \leq 0 \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} 2x^2 + x - 1 \geq 0 \\ -4x^2 - 3x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

3.
$$\begin{cases} x^2 - \frac{7}{2}x + \frac{3}{2} < 0 \\ \frac{2x-7}{x+4} \geq 1 \end{cases}$$

4.
$$\begin{cases} x^2 - 4x - 5 \leq 0 \\ \frac{3x-4}{x} \geq 4 \end{cases}$$

Exercice 9 Résoudre dans \mathbb{R} les équations bicarrées suivantes, en posant $t = x^2$

1. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$

2. $x^4 + \frac{11}{4}x^2 - \frac{3}{4} = 0$

3. $2x^4 - 13x^2 - 7 = 0$

4. $x^4 + \frac{13}{12}x^2 + \frac{1}{4} = 0$

Exercice 10 Après avoir vérifié que a est racine du polynôme P , résoudre les équations et inéquations proposées :

1. $P(x) = 3x^3 - 5x^2 + 5x - 14$; $a = 2$; $P(x) = 0$; $P(x) \leq 0$

2. $P(x) = -2x^3 + 3x^2 + 8x + 3$; $a = -1$; $P(x) = 0$; $P(x) > 0$

3. $P(x) = 2x^3 + 11x^2 + 12x - 9$; $a = -3$; $P(x) = 0$; $P(x) \geq 0$

4. $P(x) = -x^4 + 6x^3 - 16x^2 + 21x - 10$; $a = 1$; $P(x) = 0$; $P(x) < 0$