

Révisions première année (3)

Exercice 1 On considère l'équation différentielle

$$(E) : y'' - 2y' + 5y = 5x^2 - 4x + 2 + 4xe^x$$

1. Résoudre l'équation différentielle $(H) : y'' - 2y' + 5y = 0$
2. Déterminer une solution particulière y_1 de l'équation différentielle

$$(E_1) : y'' - 2y' + 5y = 5x^2 - 4x + 2$$

3. Déterminer une solution particulière y_2 de l'équation différentielle

$$(E_2) : y'' - 2y' + 5y = 4xe^x$$

4. Montrer que $y_1 + y_2$ est solution particulière de (E)
5. Déterminer la solution générale de (E) .
6. Déterminer la solution de (E) dont la représentation graphique passe par le point $A(0; 1)$ et admet en ce point une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

Exercice 2 Une usine fabrique en grande série un certain type de pièces. La probabilité qu'une pièce choisie au hasard dans la production d'une journée soit défectueuse est $p = 0,07$. On prélève au hasard 250 pièces. La production est assez importante pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire qui, à tout prélèvement de 250 pièces associe le nombre de pièces défectueuses.

1. Déterminer (et justifier) la loi de X . Calculer $P(X = 15)$.
2. Justifier que la loi de X peut être approchée par une loi de Poisson dont on déterminera le paramètre. Utiliser cette approximation pour calculer $P(X = 15)$.
3. On décide d'approcher la loi de X par la loi normale de paramètres $m = 17,5$ et $\sigma = 4,03$. On note Y une variable aléatoire suivant la loi normale $\mathcal{N}(17,5; 4,03)$.
 - (a) Justifier les valeurs de m et σ .
 - (b) Calculer la probabilité qu'il y ait au plus 20 pièces défectueuses.
 - (c) Calculer la probabilité que le nombre de pièces défectueuses soit strictement compris entre 14 et 21.

Dans les questions 3(b) et 3(c) on effectuera les calculs sans puis avec correction de continuité.