



Développements limités

Exercice 1 Calculer

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$
2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 \ln x}{x - 1}$
3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(\frac{1}{x} - \sin \frac{1}{x} \right)$

Exercice 2 Soit f la fonction définie par $f(x) = x(1 + e^{-x})$

1. Déterminer un développement limité de f à l'ordre 2 au voisinage de 0.
2. Donner l'allure de la courbe \mathcal{C}_f représentative de f au voisinage de son point d'abscisse 0.

Exercice 3 Soit f la fonction définie par $f(x) = e^x + 2\sqrt{1-x} - \frac{x^2}{4} + x$

1. Déterminer un développement limité de f à l'ordre 3 au voisinage de 0.
2. Donner l'allure de la courbe \mathcal{C}_f représentative de f au voisinage de son point d'abscisse 0.

Exercice 4 Soit f la fonction définie par $f(x) = (x+1)e^{\frac{1}{x}}$

1. Déterminer le développement limité, à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $(t+1)e^t$
2. En déduire qu'il existe des réels a, b, c que l'on déterminera tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x} + \frac{1}{x} \varepsilon \left(\frac{1}{x} \right)$ avec $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varepsilon \left(\frac{1}{x} \right) = 0$
3. Montrer que la courbe \mathcal{C}_f représentative de f admet pour asymptote une droite Δ (à déterminer) au voisinage de $+\infty$.
4. Etudier, au voisinage de $+\infty$, la position de \mathcal{C}_f par rapport à Δ .