Probabilités (révisions)

Exercice 1 L'entreprise Marto est spécialisée dans la location de matériel pour le bâtiment et les travaux publics. Son parc de pelles mécaniques sur pneu comporte :

- 2 pelles "Poclain PY45" dont le prix de location TTC par jour est 2600 F
- 2 pelles "Poclain 75P" dont le prix de location TTC par jour est 3000 F
- 1 pelle "Poclain 90P" dont le prix de location TTC par jour est 3600 F

En relevant sur une longue période le nombre de pelles louées par jour, un gestionnaire de l'entreprise Marto admet que, pendant l'hiver, il y a 3 pelles louées par jour. Dans ce qui suit, on appelle "location" un sous-ensemble de 3 éléments de l'ensemble des 5 pelles.

1. Combien y a-t-il de "locations" possibles ?
2. Chaque "location" définit un événement élémentaire. L'observation sur une longue période conduit à admettre que tous les événements élémentaires sont équiprobables.
   Calculer les probabilités respectives $P(E_1), P(E_2), P(E_3), P(E_4), P(E_5)$ des événements E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 suivants :
   (a) E_1 : on a loué un jour donné 2 pelles "PY45" et 1 pelle "75P".
   (b) E_2 : on a loué un jour donné 2 pelles "PY45" et 1 pelle "90P".
   (c) E_3 : on a loué un jour donné 1 pelle de chaque type.
   (d) E_4 : on a loué un jour donné 2 pelles "75P" et 1 pelle "PY45".
   (e) E_5 : on a loué un jour donné 2 pelles "75P" et 1 pelle "90P".
3. On note X la variable aléatoire qui, à chaque "location", associe le chiffre d'affaires par jour correspondant de l'entreprise Marto. Déterminer l'ensemble des valeurs prises par X.
4. Déterminer la loi de probabilité de X.
   La représenter sous forme de tableau selon le modèle ci-dessous :

Chiffre d'affaires pour un jour : x_i		$\cdots$
$P(X = x_i)$		$\cdots$

5. Calculer l'espérance mathématique de X. Que représente-t-elle ?

Exercice 2 Une usine fabrique en grande série un certain type de pièces. La probabilité qu'une pièce choisie au hasard dans la production d'une journée soit défectueuse est $p = 0,07$. On prélève au hasard 250 pièces. La production est assez importante pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise. On note X la variable aléatoire qui, à tout prélèvement de 250 pièces associe le nombre de pièces défectueuses.

1. Déterminer (et justifier) la loi de X.
2. (a) Justifier que la loi de X peut être approchée par une loi de Poisson dont on précisera le paramètre.
   (b) Utiliser cette approximation pour calculer la probabilité que le prélèvement de 250 pièces comporte 18 pièces défectueuses.
3. On décide d'approcher la loi de X par la loi normale de paramètres $m = 17,5$ et $\sigma = 4,03$. On note Y une variable aléatoire suivant la loi normale $\mathcal{N}(17,5; 4,03)$.
   (a) Justifier les valeurs de m et σ.
   (b) En utilisant cette approximation,
      i. Calculer la probabilité qu'il y ait au plus 20 pièces défectueuses
      on utilisera $P(X \leqslant 20) \simeq P(Y \leqslant 20,5)$
      ii. Calculer la probabilité que le nombre de pièces défectueuses soit strictement compris entre 14 et 21
      on utilisera $P(14 < X < 21) \simeq P(14,5 < Y < 20,5)$

Exercice 3 2% des pièces fabriquées dans un atelier étant défectueuses, on décide de les contrôler.
Le procédé de contrôle est tel que 95% des pièces sans défaut sont acceptées et 99% des pièces défectueuses sont refusées.

1. Calculer la probabilité qu'une pièce soit défectueuse et acceptée au contrôle.
2. Calculer la probabilité qu'une pièce soit sans défaut et refusée au contrôle.
3. Calculer la probabilité qu'il y ait une erreur de contrôle.
4. Une pièce a été refusée au contrôle. Calculer la probabilité que cette pièce soit sans défaut.