



Intégration

Exercice 1 On pose $\sinh t = \frac{1}{2}(e^t - e^{-t})$ et $\cosh t = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t})$

1. Calculer $\cosh t + \sinh t$ et $\cosh t - \sinh t$. En déduire $\cosh^2 t - \sinh^2 t$.

2. Calculer $\frac{d}{dt}(\sinh t)$ et $\frac{d}{dt}(\cosh t)$ en fonction de $\sinh t$ et $\cosh t$.

3. On pose $I = \int_0^{\sinh 1} \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} dx$

Calculer I en utilisant le changement de variable $x = \sinh t$.

Exercice 2 Calculer les intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_{-1/3}^0 \frac{1}{9x^2 + 6x + 2} dx$$

$$I_2 = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + 5x + 4} dx$$

$$I_3 = \int_{-1/2}^{1/2} \frac{x+1}{4x^2 + 4x + 5} dx$$

$$I_4 = \int_{-1}^0 \frac{x^3 + 6x^2 + 10x + 6}{x^2 + 5x + 6} dx$$

Exercice 3 En intégrant deux fois par parties, calculer

$$I = \int_0^1 (x^2 + x - 2)e^{-3x} dx$$

Exercice 4 En utilisant la méthode d'intégration par parties, calculer

$$I = \int_0^1 (t^2 + 1) \ln(1+t) dt$$