

Equations différentielles (1)

Exercice 1 Soit (E) l'équation différentielle $(x+1)y' + (x-1)y = -x+1$ où l'inconnue y est une fonction de la variable réelle x , définie et dérivable sur $] -1; +\infty[$ et où y' est la fonction dérivée de y .

1. Soit g la fonction définie sur $] -1; +\infty[$ par $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$

(a) Déterminer deux réels a et b tels que pour tout réel x de $] -1; +\infty[$,

$$g(x) = a + \frac{b}{x+1}$$

En déduire la primitive G de g sur $] -1; +\infty[$ telle que $G(0) = 0$

(b) Résoudre sur $] -1; +\infty[$ l'équation différentielle $(E_1) : (x+1)y' + (x-1)y = 0$

- Déterminer le nombre réel m pour que la fonction constante h définie sur $] -1; +\infty[$ par $h(x) = m$ soit solution de (E) .
- Déduire de 1.(b) et de 2. l'ensemble des solutions de (E) .

Exercice 2 x étant une fonction de la variable réelle t , on considère l'équation différentielle (E) :

$$x' + tx = t^2 e^{-t}$$

- Montrer que la fonction g définie par $g(t) = (t+1)e^{-t}$ est solution particulière de (E) .
- Déterminer la solution générale de l'équation homogène associée $(H) : x' + tx = 0$.
- Déterminer la solution générale de l'équation (E) .
- Déterminer la fonction f solution de l'équation (E) qui vérifie $f(0) = 2$.

Exercice 3 y étant une fonction de la variable réelle x , on considère l'équation différentielle (E) :

$$(1+x)y' - y = \ln \frac{1}{1+x}$$

- Déterminer les réels a et b pour que la fonction g définie par $g(x) = a \ln(1+x) + b$ soit solution particulière de (E) .
- Déterminer la solution générale de l'équation homogène associée $(H) : (1+x)y' - y = 0$
- Déterminer la solution générale de l'équation (E)
- Déterminer la fonction f solution de l'équation (E) qui vérifie $f(0) = 0$.

Exercice 4 On note (E) l'équation différentielle

$$xy' - 2y = x^3 e^x$$

- Déterminer, sur $]0; +\infty[$, la solution générale de $(H) : xy' - 2y = 0$
- Déterminer, sur $]0; +\infty[$, une solution particulière de (E) en utilisant la méthode de variation de la constante.
- Déterminer, sur $]0; +\infty[$, la solution générale de l'équation (E) .