

Probabilités

Exercice 1 Un magasin de distribution vend deux types de téléphones portables :

- des téléphones standards
- des téléphones miniatures

Il propose aussi deux types d'abonnements mensuels :

- l'abonnement 1 heure
- l'abonnement 2 heures 30.

Le service marketing effectue une enquête sur un échantillon de 2000 clients ayant acheté dans ce magasin, pendant l'année en cours, un téléphone et un seul de l'un des types vendus et ayant opté pour un seul des abonnements proposés. Sur les 2000 clients interrogés, 1200 ont acheté le modèle standard. Sur ces 2000 clients, 960 ont choisi l'abonnement 1 heure. Un client est pris au hasard dans l'échantillon.

On note les événements :

- S : "le client a acheté le modèle standard"
- M : "le client a acheté le modèle miniature"
- A_1 : "le client a choisi l'abonnement 1 heure"
- A_2 : "le client a choisi l'abonnement 2 heures 30"

1. Déterminer $P(S)$; $P(M)$; $P(A_1)$
2. (a) Parmi les clients qui ont acquis le modèle standard, 32 % ont pris l'abonnement A_1 . Traduire cette donnée en terme de probabilité.
(b) En déduire la probabilité d'avoir acquis le modèle standard et d'avoir opté pour l'abonnement A_1 .

Exercice 2 Dans cet exercice, toutes les probabilités seront données sous forme de fractions irréductibles.

Une entreprise de produits pharmaceutiques fabrique en très grand nombre un certain type de comprimés. La probabilité qu'un comprimé soit conforme est 0,9.

1. On note C l'événement : "le comprimé est conforme" et \bar{C} l'événement contraire de C . Calculer $P(\bar{C})$.
2. On contrôle chaque comprimé. On constate que lorsqu'un comprimé est conforme, il est toujours accepté à l'issue du contrôle; quand un comprimé n'est pas conforme, il peut néanmoins être accepté avec une probabilité de $\frac{1}{11}$. On note A l'événement : "le comprimé est accepté à l'issue du contrôle"
 - (a) Montrer que les probabilités des événements $A \cap C$ et $A \cap \bar{C}$ sont respectivement égales à $\frac{9}{10}$ et $\frac{1}{110}$
 - (b) En remarquant que $A = (A \cap C) \cup (A \cap \bar{C})$ et que les événements $(A \cap C)$ et $(A \cap \bar{C})$ sont incompatibles, déterminer la probabilité de A .
 - (c) Un comprimé est accepté à l'issue du contrôle. Calculer la probabilité qu'il soit conforme.

Exercice 3 Le seuil maximal d'alcoolémie toléré pour conduire une automobile est 0,5 gramme par litre.

Un laboratoire a mis au point un éthylotest. Théoriquement, celui-ci devrait être positif lorsqu'une personne testée a une alcoolémie strictement supérieure au seuil toléré. Mais il n'est pas parfait :

- lorsqu'une personne a un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré, l'éthylotest est positif 96 fois sur 100.
- lorsqu'une personne a un taux d'alcoolémie inférieur ou égal au seuil toléré, l'éthylotest est positif 3 fois sur 100.

On suppose que ces résultats portent sur un échantillon suffisamment important pour qu'ils soient constants.

Dans une région donnée, 95 % des conducteurs d'automobile ont un seuil d'alcoolémie inférieur ou égal au seuil toléré. On soumet au hasard un automobiliste de cette région à l'éthylotest.

On définit les événements suivants :

O : "l'éthylotest est positif"

N : "l'éthylotest est négatif"

S : "le conducteur a un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré"

I : "le conducteur a un taux d'alcoolémie inférieur ou égal au seuil toléré"

1. Que valent $P(I)$; $P(O/S)$; $P(O/I)$?
2. Quelle est la probabilité que l'automobiliste ait un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré ?
3. Quelle est la probabilité que l'automobiliste ait un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré et que l'éthylotest soit positif ?
4. (a) Calculer $P(O \cap I)$ puis $P(O)$.
(b) Quelle est la probabilité que l'automobiliste ait un taux d'alcoolémie strictement supérieur au seuil toléré sachant que l'éthylotest est positif ?