Lois de probabilité (1)

Exercice 1 Les parties **I** et **II** peuvent être traitées indépendamment.

Les deux ateliers A et B d'une usine de vêtements fournissent respectivement 30 % et 70 % de la production de l'usine. Ils produisent chacun des pulls et des sweats. Dans la production de l'atelier A, il y a 20 % de pulls et 80 % de sweats. Dans celle de B, 60 % de pulls et 40 % de sweats.

I. Etude de la nature de la production de l'usine.

Soit un article choisi au hasard dans la production d'une journée.
Soient les événements :
– A : " Il provient de l'atelier A "
– B : " Il provient de l'atelier B "
– P : " C'est un pull "
– S : " C'est un sweat "

1. Calculer les probabilités des événements suivants : $A \cap P$; $A \cap S$; $B \cap S$; $B \cap P$.
2. Quel est le pourcentage de pulls dans la production de la journée ?

II. Etude de la qualité de la production de l'usine

Le pourcentage des articles défectueux est de 2 %. On prélève au hasard, avec remise, un échantillon de 50 articles. On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre d'articles défectueux dans cet échantillon.

1. Quelle loi de probabilité suit X ? (on justifiera la réponse et on indiquera les paramètres).
2. Calculer la probabilité des deux événements suivants (*on donnera les valeurs décimales arrondies à* 10^{-3}).
   (a) D : " aucun article n'est défectueux "
   (b) E : " il y a plus d'un article défectueux "

Exercice 2 Une usine fabrique des pièces en grande série, en deux phases indépendantes. La première phase est susceptible de faire apparaître un défaut A et la seconde un défaut B. L'expérience montre qu'une pièce peut présenter le défaut A dans 2% des cas et le défaut B dans 10% des cas.

1. Calculer les probabilités qu'une même pièce tirée au hasard
   (a) présente les deux défauts,
   (b) ne présente aucun des deux défauts,
   (c) présente un et un seul des deux défauts.
2. On prélève 300 pièces dans le stock (on assimilera ce prélèvement à un tirage avec remise).
   (a) Soit X la variable aléatoire donnant le nombre de pièces présentant le défaut A.
   Déterminer la loi de probabilité de X. En déterminer l'espérance et l'écart-type.
   (b) On admet que X suit une loi de Poisson. Justifier cet ajustement. Quel est le paramètre de cette loi de Poisson ? Quelle est la probabilité que parmi 300 pièces il y en ait exactement 10 qui présentent le défaut A ?

Exercice 3 Les parties A et B sont indépendantes

Dans cet exercice l'unité de longueur est le millimètre.
Une machine fabrique en grande série un certain type de pièces rectangulaires en tôle.

A. On note L la variable aléatoire qui, à toute pièce prélevée au hasard dans la production d'une journée, associe sa largeur.
On admet que L suit la loi normale de moyenne 58,11 et d'écart type 0,15.
Déterminer la probabilité p_1 qu'une pièce prélevée au hasard dans cette production ait une largeur comprise entre 57,90 et 58,30. Arrondir à 10^{-4}.

B. On suppose maintenant que la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans la production d'une journée soit défectueuse est 0,06.
On prélève au hasard 50 pièces.
La production est assez importante pour qu'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage de 50 pièces avec remise.
On note X la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 50 pièces ainsi prélevées, associe le nombre de pièces défectueuses.

1. Expliquer pourquoi X suit une loi binomiale. En déterminer les paramètres.

2. Déterminer la valeur approchée arrondie à 10^{-3} de la probabilité de chacun des événements suivants :
   E_1 : "l'échantillon ne comporte aucune pièce défectueuse".
   E_2 : "l'échantillon comporte une seule pièce défectueuse".
   E_3 : "l'échantillon comporte au moins deux pièces défectueuses".

3. On admet que la loi de X peut être approchée par une loi de Poisson de même espérance mathématique.
   (a) Déterminer le paramètre de cette loi.
   (b) En utilisant cette loi, déterminer la nouvelle probabilité de chacun des trois événements définis à la question 2°. Arrondir à 10^{-2}.