Lois de probabilité (1)

Exercice 1 L'entreprise Marto est spécialisée dans la location de matériel pour le bâtiment et les travaux publics. Son parc de pelles mécaniques sur pneu comporte :

- 2 pelles "Poclain PY45" dont le prix de location TTC par jour est 2600 F
- 2 pelles "Poclain 75P" dont le prix de location TTC par jour est 3000 F
- 1 pelle "Poclain 90P" dont le prix de location TTC par jour est 3600 F

En relevant sur une longue période le nombre de pelles louées par jour, un gestionnaire de l'entreprise Marto admet que, pendant l'hiver, il y a 3 pelles louées par jour. Dans ce qui suit, on appelle "location" un sous-ensemble de 3 éléments de l'ensemble des 5 pelles.

1. Combien y a-t-il de "locations" possibles ?
2. Chaque "location" définit un événement élémentaire. L'observation sur une longue période conduit à admettre que tous les événements élémentaires sont équiprobables.
   Calculer les probabilités respectives $P(E_1), P(E_2), P(E_3), P(E_4), P(E_5)$ des événements E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 suivants :
   (a) E_1 : on a loué un jour donné 2 pelles "PY45" et 1 pelle "75P".
   (b) E_2 : on a loué un jour donné 2 pelles "PY45" et 1 pelle "90P".
   (c) E_3 : on a loué un jour donné 1 pelle de chaque type.
   (d) E_4 : on a loué un jour donné 2 pelles "75P" et 1 pelle "PY45".
   (e) E_5 : on a loué un jour donné 2 pelles "75P" et 1 pelle "90P".
3. On note X la variable aléatoire qui, à chaque "location", associe le chiffre d'affaires par jour correspondant de l'entreprise Marto. Déterminer l'ensemble des valeurs prises par X.
4. Déterminer la loi de probabilité de X. *La représenter sous forme de tableau selon le modèle ci-dessous :*

Chiffre d'affaires pour un jour : x_i		$\cdots$
$P(X = x_i)$		$\cdots$

5. Calculer l'espérance mathématique de X. Que représente-t-elle ?

Exercice 2 *Les contrôles de fabrication de parpaings effectués dans les parties I, II et III sont indépendants.*

I Contrôle usine

Dans une usine de fabrication de parpaings, on veut contrôler la conformité des dimensions de ces parpaings. Pour cela, on mesure la longueur de 200 parpaings d'un échantillon pris au hasard et on reporte les résultats dans les tableaux suivants :

Longueurs en cm	49,4	49,5	49,6	49,7	49,8	49,9	50,0
Effectif	2	1	6	14	23	34	39

Longueurs en cm	50,1	50,2	50,3	50,4	50,5	50,6	50,7
Effectif	36	25	11	4	2	1	2

1. Calculer à 10^{-2} près la moyenne et l'écart-type de cette série statistique.
2. Pour que les dimensions soient conformes, la longueur de chaque parpaing doit appartenir à l' intervalle $[49,5; 50,5]$. Calculer le pourcentage de parpaings défectueux parmi les 200 éléments prélevés.

II Contrôle livraison

On admet que la probabilité qu'un parpaing soit défectueux à la livraison sur le chantier (cotes hors tolérances, casse en cours de manutention, etc) est de 0,03.
Les parpaings sont livrés par palettes de 50. On se place dans le cas d'un tirage avec remise et on appelle X la variable aléatoire associant, à chaque palette, le nombre de parpaigs défectueux. Une de ces palettes est examinée.
Calculer, à 10^{-2} près par excès, la probabilité de chacun des événements E_1 et E_2 suivants :

1. E_1 : la palette ne comporte aucun parpaing défectueux,
2. E_2 : la palette contient au moins deux parpaings défectueux.

III Contrôle selon la norme NF

Un parpaing sera déclaré de dimension incorrecte si sa longueur n'appartient pas à l'intervalle $[49,5; 50,5]$.
On prélève un parpaing au hasard. La probabilité que ce parpaing soit de dimension correcte est 0,977.

1. Calculer la probabilité qu'un parpaing prélevé au hasard soit de dimension incorrecte.
2. La norme NFP14-304 annexe 1 précise que le contrôle de la livraison d'une quantité importante de parpaings possédant le label NF peut-être effectué de la façon suivante : "le contrôle portera sur 5000 parpaings au plus, provenant d'une même fabrication. L'acquéreur effectue un premier prélèvement, au hasard, de 8 parpaings (tirage avec remise). Si le nombre des défectueux parmi les 8 prélevés est au moins égal à 3, alors la livraison est déclarée non conforme et refusée par l'acheteur". On désigne par Z la variable aléatoire qui associe à tout prélèvement de 8 parpaings le nombre de parpaings défectueux. On suppose que le contrôle ne concerne que la longueur des parpaings. (Il n'y a ni casse, ni défaut d'aspect, etc...). En utilisant les résultats trouvés au III 1., montrer que Z suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres. Quelle est alors la probabilité que la livraison soit refusée après ce premier prélèvement ?