BAC STI Génie électronique 2002

Exercice 1 Dans le plan muni d'un repère orthononnal $(O; \vec{u}, \vec{v})$, d'unité graphique 2 cm, on considère les points B, C, D, E et F, images respectives des nombres complexes :

$$z_B = 1 + i\sqrt{3},\ z_C = 3 + i\sqrt{3},\ z_D = 4,\ z_E = 3 - i\sqrt{3} \text{ et } z_F = 1 - i\sqrt{3}.$$

1. Écrire les nombres complexes $z_B,\ z_C,\ z_D,\ z_E$ et z_F sous forme trigonométrique.
2. Construire à la règle et au compas les points B, C, D, E et F dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
3. Calculer les distances OB, BC et CD. En déduire les distances DE, EF et OF. Que constate-t-on ?
4. Calculer les mesures des angles $\left(\overrightarrow{DC},\ \overrightarrow{DO}\right)$, $\left(\overrightarrow{OE},\ \overrightarrow{OC}\right)$, et $\left(\overrightarrow{OD},\ \overrightarrow{OC}\right)$ en radians.
5. Quelle est la nature du triangle OCD ? Justifier la réponse.
6. Calculer les aires des triangles OCD et OBC.
   En déduire, en cm^2 l'aire du polygone $OBCDEF$.

Exercice 2 Soit l'équation différentielle (E) : $y' + y = x$, où y désigne une fonction dérivable de la variable réelle x et y' sa dérivée.

1. Résoudre l'équation différentielle (H) : $y' + y = 0$.
2. Déterminer les deux nombres réels a et b tels que la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = ax + b$ est solution de l'équation (E).
3. (a) Le nombre k désignant une constante réelle, on considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
   $$f(x) = ke^{-x} + x - 1$$
   Vérifier que la fonction f est solution de l'équation (E).
   (b) Déterminer le réel k pour que $f(0) = 0$.
4. Dans cette question, on prend $k = 1$.
   (a) Calculer la valeur moyenne m de f sur l'intervalle $[0; 2]$.
   (b) En déduire une valeur approchée de m à 10^{-2} près.