

# Fonction exponentielle

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = 2 - 10x e^{-2x}$ .

Soit  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormal  $(0, \vec{i}, \vec{j})$  (unité graphique 2 cm).

- Calculer la limite de  $f(x)$  lorsque  $x$  tend vers  $-\infty$ .
- Vérifier que  $f(x) = 2 - \frac{10}{e^x} \cdot \frac{x}{e^x}$ .
  - Calculer la limite de  $f(x)$  lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$ .
  - En déduire que la courbe  $(C)$  admet une asymptote  $(D)$  dont on précisera une équation.
- Démontrer que la fonction dérivée  $f'$  de  $f$  est définie pour tout  $x$  réel par :  
 $f'(x) = (20x - 10) e^{-2x}$ .
  - Étudier pour tout réel  $x$  le signe de  $f'(x)$ , puis établir le tableau de variation de  $f$ .
  - En déduire que la courbe  $(C)$  admet une tangente horizontale en un point  $B$  dont on précisera les coordonnées.
- Déterminer une équation de la tangente  $(T)$  à la courbe  $(C)$  au point d'abscisse 0.
- Tracer dans le même repère  $(0, \vec{i}, \vec{j})$  l'asymptote  $(D)$ , la tangente  $(T)$  et la courbe  $(C)$ .
- On note  $g$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $g(x) = \left(-\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\right) e^{-2x}$ 
  - Déterminer sa fonction dérivée.
  - En déduire une primitive  $F$  de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- Hachurer sur la représentation graphique le domaine  $(A)$  du plan limité par la courbe  $(C)$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations :  $x = 0$ ,  $x = 3$ .
  - Calculer la valeur exacte de l'aire du domaine  $(A)$  exprimée en  $\text{cm}^2$ , puis en donner une valeur décimale approchée à  $1 \text{ mm}^2$  près.