

# Probabilités

**Exercice 1** Un professeur organise un tournoi de football entre des équipes d'élèves de seconde et des équipes d'élèves de première. Voici les résultats des huit matchs joués le premier jour du tournoi.

	Equipe de seconde	Equipe de première
1 <sup>er</sup> match	2 buts	1 but
2 <sup>e</sup> match	2 buts	0 but
3 <sup>e</sup> match	3 buts	3 buts
4 <sup>e</sup> match	1 but	3 buts
5 <sup>e</sup> match	0 but	1 but
6 <sup>e</sup> match	0 but	0 but
7 <sup>e</sup> match	1 but	4 buts
8 <sup>e</sup> match	3 buts	2 buts

On choisit un match au hasard parmi les huit matchs du premier jour du tournoi ; tous les matchs ont la même probabilité d'être choisis

- (a) Montrer que la probabilité  $p_1$  qu'aucun but n'ait été marqué au cours de ce match est égale à  $\frac{1}{8}$ .  
(b) Quelle est la probabilité  $p_2$  que le match soit nul (c'est-à-dire que chaque équipe ait marqué le même nombre de buts) ?
- Pour chaque match, on calcule la différence entre les nombres de buts marqués par les deux équipes, de façon à trouver un nombre positif ou nul. On définit ainsi une variable aléatoire  $X$ . Par exemple, pour le 5<sup>e</sup> match, la valeur de  $X$  est égale à 1 et pour le 8<sup>e</sup> match, elle est aussi égale à 1.
  - Donner les quatre valeurs possibles de  $X$ .
  - Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
  - Calculer l'espérance mathématique de  $X$ .

**Exercice 2** Un test d'aptitude consiste à poser à chaque candidat une série de quatre questions indépendantes. Pour chacune d'elles, deux réponses sont proposées dont une et une seule est correcte.

Un candidat répond chaque fois au hasard (on suppose donc l'équiprobabilité des réponses).

- On note V une réponse correcte et F une réponse incorrecte : VFFV signifie que la première et la quatrième réponse sont correctes et la deuxième et la troisième sont incorrectes.  
Etablir la liste des seize résultats possibles (que l'on pourra présenter à l'aide d'un arbre).
- Quelle est la probabilité pour que le candidat donne la bonne réponse :
  - à la première question posée ?
  - à une seule des questions posées ?
  - aux quatre questions posées ?
- Soit  $X$  la variable aléatoire égale au nombre de réponses correctes données par le candidat.
  - Donner les différentes valeurs prises par  $X$ .
  - Donner la loi de probabilité de  $X$ .

- (c) Calculer l'espérance mathématique de  $X$ .
4. Un candidat sera reconnu apte s'il donne au moins trois réponses correctes. Quelle est la probabilité qu'un candidat répondant au hasard soit reconnu apte ?

**Exercice 3** Chacun des 150 élèves des classes de terminales STI d'un lycée ayant effectué un stage en entreprise a rédigé un rapport de stage.

Pour rendre ce rapport de stage le plus lisible et le plus attractif possible :

- 115 élèves ont utilisé un traitement de textes ;
- 100 élèves ont utilisé un tableur ;
- 75 élèves ont utilisé à la fois un traitement de textes et un tableur.

1. Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre d'élèves	ayant utilisé un traitement de textes	n'ayant pas utilisé un traitement de textes	Total
ayant utilisé un tableur	75		100
n'ayant pas utilisé de tableur			
Total	115		150

2. Un professeur étudie un des 150 rapports de stage, choisi au hasard. On suppose que chaque rapport de stage a la même probabilité d'être ainsi choisi. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants

A : " l'élève ayant rédigé ce rapport de stage n'a pas utilisé de tableur "

B : " l'élève ayant rédigé ce rapport de stage a utilisé un traitement de textes mais pas de tableur "

C : " l'élève ayant rédigé ce rapport de stage n'a utilisé ni un traitement de textes, ni un tableur "

**Exercice 4** Pour imiter la Française des jeux, un particulier crée un jeu de loterie instantanée pour lequel 500 tickets ont été imprimés.

Les tickets gagnants se répartissent de la manière suivante :

Nombre de tickets	Somme en francs gagnée par ces tickets
1	1 000
4	200
5	100
90	10

1. Calculer la probabilité qu'un ticket tiré au hasard soit un ticket gagnant.
2. Le prix de vente du ticket est de 10 francs.  
On appelle  $X$  la variable aléatoire qui, à chaque ticket, associe son gain (en tenant compte des 10 francs d'achat : à chaque ticket gagnant 100 F,  $X$  associe ainsi 90 F).
  - (a) Déterminer toutes les valeurs prises par  $X$ .
  - (b) Calculer la probabilité de l'évènement  $X = -10$ .
  - (c) Déterminer la loi de probabilité associée à  $X$ .
  - (d) Calculer et interpréter l'espérance de  $X$ .