5 Exercices

Exercice 1 Déterminer toutes les primitives F, sur l'intervalle I, des fonctions f suivantes :

1. $f(x) = 2x - 3$; $I = \mathbb{R}$
2. $f(x) = -x^2 + 4x - 5$; $I = \mathbb{R}$
3. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2x + 1$; $I = \mathbb{R}$
4. $f(x) = \dfrac{4}{x^2}$; $I = \mathbb{R}_+^*$
5. $f(x) = \dfrac{1}{2}x^4 - \dfrac{4}{3}x^2 - \sqrt{2}$; $I = \mathbb{R}$
6. $f(x) = \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{3}{2x^2} + \dfrac{2}{x^4}$; $I = \mathbb{R}_+^*$
7. $f(x) = (2x-3)^2$; $I = \mathbb{R}$
8. $f(x) = (1-3x)^4$; $I = \mathbb{R}$
9. $f(x) = \dfrac{1}{(2x+3)^2}$; $I = \left]-\dfrac{3}{2}; +\infty\right[$
10. $f(x) = \dfrac{3}{(2x-1)^5}$; $I = \left]\dfrac{1}{2}; +\infty\right[$
11. $f(x) = \dfrac{9}{\sqrt{3x+5}}$; $I = \left]-\dfrac{3}{5}; +\infty\right[$
12. $f(x) = \dfrac{2x+3}{\sqrt{-x^2-3x+4}}$; $I =]-4; 1[$
13. $f(x) = (2x+1)\left(x^2+x+1\right)^2$; $I = \mathbb{R}$
14. $f(x) = x^2\left(x^3-1\right)^3$; $I = \mathbb{R}$
15. $f(x) = (3x+4)\left(3x^2+8x\right)^4$; $I = \mathbb{R}$
16. $f(x) = \dfrac{x+1}{(x^2+2x-3)^3}$; $I =]-3; 1[$
17. $f(x) = \dfrac{x^2}{(x^3-8)^2}$; $I =]2; +\infty[$
18. $f(x) = \sin 3x$; $I = \mathbb{R}$
19. $f(x) = 2\cos 4x$; $I = \mathbb{R}$
20. $f(x) = -3\sin\dfrac{x}{2}$; $I = \mathbb{R}$
21. $f(x) = \dfrac{1}{2}\cos\dfrac{3x}{2}$; $I = \mathbb{R}$
22. $f(x) = \sin\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$; $I = \mathbb{R}$
23. $f(x) = \sqrt{2}\cos\left(3x + \dfrac{\pi}{4}\right)$; $I = \mathbb{R}$
24. $f(x) = 3\sin\left(\dfrac{\pi}{8} - 5x\right)$; $I = \mathbb{R}$
25. $f(x) = \sqrt{3}\cos\left(\dfrac{\pi}{12} - \dfrac{x}{2}\right)$; $I = \mathbb{R}$
26. $f(x) = \sin^4 x \cos x$; $I = \mathbb{R}$
27. $f(x) = 2\cos^3 x \sin x$; $I = \mathbb{R}$
28. $f(x) = \dfrac{\sin x}{\cos^2 x}$; $I = \left[0; \dfrac{\pi}{2}\right[$
29. $f(x) = \tan^2 x$; $I = \left]-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right[$
30. $f(x) = \cos^2 3x$; $I = \mathbb{R}$
31. $f(x) = \sin^2\left(x - \dfrac{\pi}{4}\right)$; $I = \mathbb{R}$
32. $f(x) = \cos x \cos 3x$; $I = \mathbb{R}$
33. $f(x) = \sin 2x \cos 5x$; $I = \mathbb{R}$

Indication : Pour les quatre dernières fonctions on pourra linéariser en utilisant les formules d'Euler.

Exercice 2 Déterminer la primitive F, sur l'intervalle I, des fonctions f suivantes :

1. $f(x) = 2x^2 + 5x - 9$; $I = \mathbb{R}$; $F(1) = 0$
2. $f(x) = -x^3 + x^2 - 3x + 1$; $I = \mathbb{R}$; $F(-2) = 5$
3. $f(x) = 3\sin\left(2x - \dfrac{\pi}{3}\right)$; $I = \mathbb{R}$; $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 0$
4. $f(x) = \sin\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right)$; $I = \mathbb{R}$; $F\left(\dfrac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$

Exercice 3 Après avoir indiqué les ensembles de définitions des fonctions f et g, préciser si f et g sont deux primitives d'une même fonction.

1. $f(x) = \dfrac{2x+3}{x-1}$ et $g(x) = \dfrac{3x-8}{1-x}$
2. $f(x) = \dfrac{x^2+3x-1}{2x-5}$ et $g(x) = \dfrac{-x^2+8x-1}{2x-5}$

Exercice 4 Déterminer les réels a, b, c pour que F soit une primitive de f sur chacun des intervalles de définition de f

1. $f(x) = \dfrac{2x^2+6x+13}{(2x+3)^2}$; $F(x) = \dfrac{ax^2+bx+c}{2x+3}$
2. $f(x) = \dfrac{6x^2-10x+9}{(x^2+3x-4)^2}$; $F(x) = \dfrac{ax^2+bx+c}{x^2+3x-4}$