

Exercices BAC STI Septembre 2003

Exercice 1 Le plan complexe \mathcal{P} est rapporté au repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 2 cm.

On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives :

$$z_A = -1 - i ; z_B = -1 + i ; z_C = 1 + i\sqrt{3} ; z_D = z_B \times z_C$$

où i est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.

- Déterminer la forme algébrique de z_D .
- (a) Calculer le module et un argument de z_A, z_B et z_C .
(b) En déduire le module et un argument de z_D .
- Déduire des questions **1.** et **2.b.** les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{13\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{13\pi}{12}\right)$.
- On considère les points E et F d'affixes $z_E = 1$ et $z_F = \frac{1}{2}i$. Placer les points A, B, C, D, E et F dans le plan \mathcal{P} .
- Montrer qu'il existe un réel positif k tel que les modules de $z_A, z_E, k \times z_D$ et z_F soient, dans cet ordre, quatre termes consécutifs d'une suite géométrique dont on précisera la raison.

Exercice 2

- Résoudre l'équation différentielle

$$9y'' + y = 0$$

où y est une fonction numérique définie et deux fois dérivable sur \mathbb{R} .

- Déterminer la solution particulière f vérifiant :

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2} \quad \text{et} \quad f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

- Montrer que pour tout x réel, on a :

$$f(x) = \sqrt{2} \cos\left(\frac{1}{3}x - \frac{\pi}{6}\right)$$

- (a) Déterminer une primitive de f sur \mathbb{R} .
(b) Calculer la valeur moyenne m de f sur $[0 ; 2\pi]$. On en donnera la valeur exacte puis la valeur arrondie à 10^{-3} près.