

Nombres complexes

Exercice 1 (Bac STI GE 1998) i est le complexe de module 1 et dont un argument est $\frac{\pi}{2}$

- Déterminer le module et un argument du nombre complexe Z égal à $8\sqrt{2}(1+i)$.
- On considère le nombre complexe $z_0 = 2\sqrt{2+\sqrt{2}} + 2i\sqrt{2-\sqrt{2}}$
Vérifier que $z_0^2 = Z$
- Déduire des résultats obtenus aux questions précédentes :
 - le module et un argument de z_0
 - les valeurs numériques exactes de $\cos \frac{\pi}{8}$ et $\sin \frac{\pi}{8}$

Exercice 2 (Bac STI GE 2002) Dans le plan muni d'un repère orthonormal, d'unité graphique 2 cm, on considère les points B, C, D, E et F , images respectives des nombres complexes :

$$z_B = 1 + i\sqrt{3} ; z_C = 3 + i\sqrt{3} ; z_D = 4 ; z_E = 3 - i\sqrt{3} ; z_F = 1 - i\sqrt{3}$$

- Ecrire les nombres complexes z_B, z_C, z_D, z_E et z_F sous forme trigonométrique.
- Construire à la règle et au compas les points B, C, D, E et F dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
- Calculer les distances OB, BC et CD . En déduire les distances DE, EF et OF . Que constate-t-on ?
- Calculer les mesures des angles (\vec{DC}, \vec{DO}) , (\vec{OE}, \vec{OC}) et (\vec{OD}, \vec{OC}) en radians.
- Quelle est la nature du triangle OCD ? Justifier la réponse.
- Calculer les aires des triangles OCD et OBC .
En déduire, en cm^2 , l'aire du polygone $OBCDEF$.

Exercice 3 (Bac STI GE 2002) La figure sera construite sur la copie et complétée au fil de l'exercice.

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal $(O; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 3 cm.

- (a) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation :

$$z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0$$

- Déterminer le module et un argument de chacune des solutions.
- On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 2e^{\frac{5i\pi}{6}}$ et $z_B = 2e^{\frac{-5i\pi}{6}}$
 - Ecrire les nombres complexes z_A et z_B sous forme algébrique.
 - Dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$, construire les points A et B à la règle et au compas.
On laissera apparentes les lignes de construction.
 - Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$
 - On désigne par A' l'image de A par la rotation r . Placer le point A' .
Exprimer l'affixe $z_{A'}$ du point A' en fonction de celle du point A puis en déduire la forme exponentielle et la forme algébrique de $z_{A'}$.
 - Soit le point C d'affixe $z_C = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$. Placer le point C dans le repère $(O; \vec{u}, \vec{v})$.
Montrer que C est l'image de B par la rotation r et écrire z_C sous la forme algébrique.