

5 Exercices

5.1 Limites

Exercice 1 Calculer, si elles existent, les limites suivantes :

- | | | |
|--|--|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 2x}{x}$ 2. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + x - 1}{x^3 + 1}$ 3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 2x + 2}{x + 1}$ 4. $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 8x + 15}$ 5. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 8x + 15}$ 6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 15}{x^2 + 8x + 15}$ 7. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$ 8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + 1}{ x^2 - 1 }$ | <ol style="list-style-type: none"> 9. $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 4}$ 10. $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 4x + 4}$ 11. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^2 - 6x}$ 12. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x + 2}{(x - 1)^2}$ 13. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x - 1}$ 14. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{2}}{x - 1}$ 15. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x - 5}{\sqrt{2x - 1} - 3}$ | <ol style="list-style-type: none"> 16. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$ 17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2x)}{3x}$ 18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3x)}{\sin(5x)}$ 19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\frac{x}{2})}{x}$ 20. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin(x - \pi)}{x - \pi}$ 21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^2 + x}$ 22. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x + 1}{(x - 3)^2}$ |
|--|--|---|

Exercice 2 Calculer, si elles existent, les limites suivantes :

- | | | |
|--|--|--|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x + 5}{2x^2 + x - 7}$ 2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 1}{x^3 - 1}$ 3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - x}{x + 1}$ 4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$ | <ol style="list-style-type: none"> 5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x - 3)^2}{x^2 + x}$ 6. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 + 9x - 7}{3x^2 - 2x - 1}$ 7. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x + 1}{2x^2 - x - 1}$ | <ol style="list-style-type: none"> 8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{x}$ 9. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{x}$ 10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 1} - x)$ 11. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 - 1} - x)$ |
|--|--|--|

5.2 Asymptotes

Exercice 3 Montrer que la droite Δ d'équation $y = 1$ est asymptote à la courbe \mathcal{C} d'équation $y = f(x)$ avec $f(x) = 1 + \frac{2}{x}$ au voisinage de $-\infty$ et de $+\infty$.
Préciser la position relative de \mathcal{C} par rapport à Δ . Montrer que la droite d'équation $x = 0$ est également asymptote à \mathcal{C} .

Exercice 4 Montrer que la droite Δ d'équation $y = x$ est asymptote à la courbe \mathcal{C} d'équation $y = f(x)$ avec $f(x) = x + \frac{1}{x - 1}$ au voisinage de $-\infty$ et de $+\infty$.
Préciser la position relative de \mathcal{C} par rapport à Δ . Montrer que la droite d'équation $x = 1$ est également asymptote à \mathcal{C} .

Exercice 5 Montrer que la droite Δ d'équation $y = 2x + 1$ est asymptote à la courbe \mathcal{C} d'équation $y = f(x)$ avec $f(x) = \frac{2x^3 + x^2 + 2x - 5}{1 + x^2}$ au voisinage de $-\infty$ et de $+\infty$.
Préciser la position relative de \mathcal{C} par rapport à Δ .

Exercice 6 Déterminer une équation de la droite Δ asymptote vers $+\infty$ à la courbe \mathcal{C} d'équation $y = f(x)$ puis préciser la position relative de \mathcal{C} par rapport à Δ dans les cas suivants :

- | | | |
|---|---|--|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x}$ 2. $f(x) = \frac{2x^2 + x - 1}{x - 1}$ | <ol style="list-style-type: none"> 3. $f(x) = \frac{-4}{2 - x}$ 4. $f(x) = \frac{x + 1}{1 - x}$ | <ol style="list-style-type: none"> 5. $f(x) = \frac{2x + 3}{3x - 4}$ 6. $f(x) = \frac{1 - 5x}{2 - 3x}$ |
|---|---|--|